ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის

სახელმწიფო უნივერსიტეტი

დოქტორანტი : გეგა გულაღაშვილი

ხელმძღვანელი : გია გიორგაძე

სარჩევი

აბსტრაქტი

წინამდებარე ნაშრომში ცხადად არის აგებული იმ გარდაქმნის მატრიცის ანალიზური გამოსახულება, რომელიც გამოიყენება ფუქსის ტიპის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისაგან ინდუცირებული ვექტორული ფიბრაციის გახლეჩვის ტიპის გამოსათვლელად.

რიმანის სფეროზე ჰოლომორფული ფიბრაციის გახლეჩვის ტიპის შესახებ

ცნობილია, რომ რიმანის სფეროზე ნებისმიერი ჰოლომორფული ფიბრაცია იშლება წრფივი ფიბრაციების ჯამად. კერძოდ თუ n არის ვექტორული ფიბრაციის განზომილება, ხოლო k კი მისი ჩერნის რიცხვი, სამართლიანია შემდეგი თეორემა:

თეორემა (ბირკგოფი-გროთენდიკი) : ნებისმიერი $E \to CP^1$ ვექტორული ფიბრაცოია იშლება წრფივი ფიბრაციების ჯამად:

$$E \cong E(k_1) \oplus E(k_2) \oplus \dots E(k_n).$$

სადაც k_i არის შესაბამსი წრფივი ფიბრაციის ჩერნის რიცხვი და $k_1 + k_2 + \cdots k_n = k.$

მეორეს მხრივ,

$$df = \omega f\,,\ \ \omega = \sum_{i=1}^{m} \frac{A_i}{z - s_i} dz$$

წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა

$$\rho: \pi_1(X - S, z_0) \to GL_m(C)$$

მონოდრომიის წარმოდგენის საშუალებით იძლევა ვექტორულ ფიბრაციას რიმანის სფეროზე, სადაც S არის განსაკუთრებული წერტილების სიმრავლე.

$(k_1, k_2, \dots, k_n)$ ვექტორს ეწოდება გახლეჩვის ტიპი.

ამოცანა :

შესაძლებელია თუ არა დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემიდან განვსაზღვროთ მიღებული ფიბრაციის გახლეჩვის ტიპი და თუ ეს შესაძლებელია ავაგოთ ალგორითმი $(\mathbf{k_1}, \mathbf{k_2}, \dots, \mathbf{k_n})$ მთელ კოორდინატებიანი ვექტორის საპოვნელად.

ამოცანის ალგოთრითმიზაციის შესაძლებლბა მოდის ა. ბოლიბრუხის ცნობილი ნაშრომიდან (რომელშიც ამოხსნილია საბოლოოდ ჰილბერტის 21-ე პრობლემა (1990 წ)).

ჩვენი მიზანია დავაზუსტოთ ეს ალგორითმი.

ამ მიზნის მისაღწევად გამოვყოფთ ეტაპებს, რომლების საშუალებითაც დგინდება განსაკურებული წერტილები რანაირ გავლენას ახედენენ წრფივ განტოლებათა სისტემის მატრიცების ცვლილებაზე.

$$\frac{dy}{dz}=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{B_i}{z-a_i}\right)y$$

განვიხილოთ ფუქსის ტიპის წრფივ განტოლებათა სისტემა სასრული რაოდენობის განსაკუთრებული წერტილებით $a_1 \dots a_m$ განტოლებათა სისტემის მატრიცებია $B_1 \dots B_m$.

დავაფიქსიროთ განსაკუთრებული წერტილი a_1 და მისთვის ჩავატაროთ მსჯელობა. დანარჩენი განსაკუთრებული წერტილებისათვისაც ესე ჩატარდება მსჯელობა.

მატრიცა B_1მივიყვანოთ ჟორდანის კანონიკურ ფორმაზე B_1' ე.ი.არსებობს გადაუგვარებელი.

T მატრიცა ისეთი, რომ სრულდება ტოლობა $B_1'=TBT^{-1}$. განვიხილოთ გარდაქმნა $y_1=Ty$,

მივიღებთ განტოლებათა სისტემას :

$$\frac{dy_1}{dz}=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{TB_iT^{-1}}{z-a_i}\right)y_1=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{B_i'}{z-a_i}\right)y_1$$

რომელიც ისევ ფუქსის განტოლებათა სისტემაა იგივე განსაკითრებული წერტილებით მატრიცებით $TB_1T^{-1},\dots,TB_mT^{-1}=B_1',\dots,B_m'$.

დავაკვირდეთ B_1მატრიცის მახასიათებელ ფესვებს $\lambda_1,\dots,\lambda_n$მათ შორის შეიძლება იყოს ტოლი

ფესვები. განვიხილოთ λ_1 ფესვი. მისი ჯერადობა იყოს p_1. ჩვენ გვჭირდება რეალური ნაწილის მთელი ნაწილი $[\mathrm{Re}(\lambda_1)]$, რომ განვსაზღვროთ უცნობთა მომდევნო გარდაქმნა.

$\left([\mathrm{Re}(\lambda_1)],\dots,[\mathrm{Re}(\lambda_n)]\right)$ ვექტორს ვუტოლებთ ვექტორს $(\mu_1,\dots,\mu_n)$, სადაც $(\mu_1,\dots,\mu_n)$ წინასწარ მოცემული მთელი რიცხვებისაგან შედგენილი ვექტორია. ამის მისაღწევად $\left([\mathrm{Re}(\lambda_1)],\dots,[\mathrm{Re}(\lambda_n)]\right)$ ვექტორის კომპონენტებს თანმიმდევრობით ვზრდით ან ვამცირებთ 1 ით. ამის გამო მომდევნო გარდაქმნის მატრიცას აქვს სახე $T_1(z)=(z-a_1)^D$ სადაც $D=\mathrm{diag}(1,0,\dots,0)$ ან $D=\mathrm{diag}(-1,0,\dots,0)$, ხოლო ზოგად შემთხვევაში $D=\mathrm{diag}(\underbrace{1,1,\dots,1}_{q},0,0,\dots,0)$ ან $D=\mathrm{diag}(\underbrace{-1,-1,\dots,-1}_{q},0,0,\dots,0)$ სადაც $1\le q\le p_1$. განვიხილოთ გარდაქმნა $y_2=T_1(z)y_1$ და

გავითვალისწინოთ, რომ $\frac{dT_1(z)}{dz}T_1^{-1}(z)=\frac{D}{z-a_1}$ მივიღებთ განტოლებათა სისტემას

$$\frac{dy_2}{dz}=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{T_1(z)B_i'T_1^{-1}(z)}{z-a_i}+\frac{dT_1(z)}{dz}T_1^{-1}(z)\right)y_2=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{B_i''(z)}{z-a_i}+\frac{D}{z-a_1}\right)y_2=$$

$$=\left(\frac{B_1''(z)+D}{z-a_1}+\sum_{i=2}^{m}\frac{B_i''(z)}{z-a_i}\right)y_2.$$

იგივე განსაკუთრებული წერტილებით და მატრიცები უკვე აღარ არიან მუდმივი მატრიცები, არიან მატრიც ფუნქციები $T_1(z)B_1'T_1^{-1}(z)+D$; $T_1(z)B_2'T_1^{-1}(z)$; ... ; $T_1(z)B_m'T_1^{-1}(z)=B_1''(z)+D$;

$B_2''(z)$; ... ; $B_m''(z)$. ამ განტოლებათა სისტემის მატრიცაა

$$B(z)=\frac{B_1''(z)+D}{z-a_1}+\sum_{i=2}^{m}\frac{B_i''(z)}{z-a_i}$$

ეს განტოლებათა სისტემა ექვივალენტურია შემდეგი ფუქსის ტიპის განტოელზათა სისტემის

$$\frac{df}{dz}=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{z-a_i}\right)f$$

სადაც : $A_1=\operatorname*{res}_{a_1}B(z)$; $A_2=\operatorname*{res}_{a_2}B(z)$, ... , $A_m=\operatorname*{res}_{a_m}B(z)$.

ალგორითმი მხოლოდ ესეთი ორი ტიპის გარდაქმნებისაგან შედგება. პირველი შემთხვევაში გარდაქმნის მატრიცა T მუდმივი მატრიცაა, გარდაქმნა ცვლის მხოლოდ განტოლებათა სისტემის მატრიცებს და გავარკვიეთ რანაირად იცვლება მატრიცები.

მეორე შემთხვევაში გარდაქმნის მატრიცა $T_1(z)$ მატრიც-ფუნქციაა და ორ სხვადასხვა ვარიანტს მოიცავს. შევისწავლოთ თითოეული შემთხვევა ცალ-ცალკე და ვნახოთ რანაირ გავლენას ახდენს განსაკუთრებული წერტილები განტოლებათა სისტემის მატრიცის ცვლილებაზე ამისათვის საჭიროა გამოვთვალოთ A_1; A_2; ... ; A_m მატრიცები.

პირველი შემთხვევა

ა)

$D=\operatorname{diag}(1,0,\dots,0)$

$$T_1(z)=(z-a_1)^D=\begin{pmatrix} z-a_1 & 0 & \cdot & 0\\ 0 & 1 & \cdot & 0\\ . & . & \cdot & .\\ 0 & 0 & \cdot & 1\end{pmatrix};\ T_1^{-1}(z)=\begin{pmatrix} \frac{1}{z-a_1} & 0 & \cdot & 0\\ 0 & 1 & \cdot & 0\\ . & . & \cdot & .\\ 0 & 0 & \cdot & 1\end{pmatrix};\ B_j'(z)=\begin{pmatrix} b_{11}^j & b_{12}^j & \cdot & b_{1n}^j\\ b_{21}^j & b_{22}^j & \cdot & b_{2n}^j\\ . & . & \cdot & .\\ b_{n1}^j & b_{n2}^j & \cdot & b_{nn}^j\end{pmatrix}.$$

ყოველი ფიქსირებული j თვის $j\in\{2;\ \dots\ ;\ m\}$ განვიხილოთ მატრიც-ფუნქცია :

$$\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}=\begin{pmatrix} \frac{b_{11}^j}{z-a_j} & \frac{b_{12}^j(z-a_1)}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{1n}^j(z-a_1)}{z-a_j} \\ \frac{b_{21}^j}{(z-a_1)(z-a_j)} & \frac{b_{22}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{2n}^j}{z-a_j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{b_{n1}^j}{(z-a_1)(z-a_j)} & \frac{b_{n2}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{nn}^j}{z-a_j} \end{pmatrix}$$. ამ მატრიცის ელემენტები არიან

შემდეგი ტიპის რაციონალური ფუნქციები $\frac{z-a_1}{z-a_j}$ ან $\frac{1}{(z-a_1)(z-a_j)}$.

$$\frac{z-a_1}{z-a_j}=\frac{z-a_j+a_j-a_1}{z-a_j}=1+\frac{a_j-a_1}{z-a_j}=1+(a_j-a_1)\frac{1}{z-a_j}.$$

$$\frac{1}{(z-a_1)(z-a_j)}=\frac{(z-a_1)-(z-a_j)}{(a_j-a_1)(z-a_1)(z-a_j)}=\frac{1}{(a_j-a_1)}\left(\frac{1}{z-a_j}-\frac{1}{z-a_1}\right)=$$

$$=\frac{1}{(a_j-a_1)(z-a_j)}-\frac{1}{(a_j-a_1)(z-a_1)}.$$

ამ გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ :

$$\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}=$$

$$=\begin{pmatrix} \frac{b_{11}^j}{z-a_j} & b_{12}^j+b_{12}^j(a_j-a_1)\frac{1}{z-a_j} & \cdot & b_{1n}^j+b_{1n}^j(a_j-a_1)\frac{1}{z-a_j} \\ \frac{b_{21}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{21}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)} & \frac{b_{22}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{2n}^j}{z-a_j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{b_{n1}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{n1}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)} & \frac{b_{n2}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{nn}^j}{z-a_j} \end{pmatrix}.$$

ჩვენ გვჭირდება გამოვთვალოთ მატრიცები $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_j|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$;

$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_1|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$ და $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_t|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$ სადაც $a_1\neq a_j\neq a_t$ $j,t\in\{2,\dots,m\}$.

ყოველი ფიქსირებული x თვის შემოვიღოთ აღნიშვნა $\{z: |z-x| = r\} = B(x,r)$, მივიღებთ :

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-a_j|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}\int_{B(a_j,r)}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}$$

$$\begin{pmatrix} \int_{B(a_j,r)}\frac{b_{11}^j}{z-a_j}dz & \int_{B(a_j,r)}(b_{12}^j+\frac{b_{12}^j(a_j-a_1)}{z-a_j})dz & . & \int_{B(a_j,r)}(b_{1n}^j+\frac{b_{1n}^j(a_j-a_1)}{z-a_j})dz \\ \int_{B(a_j,r)}(\frac{b_{21}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{21}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int_{B(a_j,r)}\frac{b_{22}^j}{z-a_j}dz & . & \int_{B(a_j,r)}\frac{b_{2n}^j}{z-a_j}dz \\ . & . & . & . \\ \int_{B(a_j,r)}(\frac{b_{n1}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{n1}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int_{B(a_j,r)}\frac{b_{n2}^j}{z-a_j}dz & . & \int_{B(a_j,r)}\frac{b_{nn}^j}{z-a_j}dz \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix} b_{11}^j 2\pi i & b_{12}^j(a_j-a_1)2\pi i & . & b_{1n}^j(a_j-a_1)2\pi i \\ \frac{b_{21}^j}{a_j-a_1}2\pi i & b_{22}^j 2\pi i & . & b_{2n}^j 2\pi i \\ . & . & . & . \\ \frac{b_{n1}^j}{a_j-a_1}2\pi i & b_{n2}^j 2\pi i & . & b_{nn}^j 2\pi i \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} b_{11}^j & b_{12}^j(a_j-a_1) & . & b_{1n}^j(a_j-a_1) \\ \frac{b_{21}^j}{a_j-a_1} & b_{22}^j & . & b_{2n}^j \\ . & . & . & . \\ \frac{b_{n1}^j}{a_j-a_1} & b_{n2}^j & . & b_{nn}^j \end{pmatrix}.$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-a_1|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}\int_{B(a_1,r)}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}$$

$$\begin{pmatrix} \int\limits_{B(a_1,r)} \frac{b^j_{11}}{z-a_j}dz & \int\limits_{B(a_1,r)} (b^j_{12} + \frac{b^j_{12}(a_j-a_1)}{z-a_j})dz & . & \int\limits_{B(a_1,r)} (b^j_{1n} + \frac{b^j_{1n}(a_j-a_1)}{z-a_j})dz \\ \int\limits_{B(a_1,r)} (\frac{b^j_{21}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)} - \frac{b^j_{21}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int\limits_{B(a_1,r)} \frac{b^j_{22}}{z-a_j}dz & . & \int\limits_{B(a_1,r)} \frac{b^j_{2n}}{z-a_j}dz \\ . & . & . & . \\ \int\limits_{B(a_1,r)} (\frac{b^j_{n1}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)} - \frac{b^j_{n1}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int\limits_{B(a_1,r)} \frac{b^j_{n2}}{z-a_j}dz & . & \int\limits_{B(a_1,r)} \frac{b^j_{nn}}{z-a_j}dz \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ -\frac{b^j_{21}}{a_j-a_1}2\pi i & 0 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ -\frac{b^j_{n1}}{a_j-a_1}2\pi i & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ -\frac{b^j_{21}}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ -\frac{b^j_{n1}}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_t|=r\}} \frac{T_1(z)B'_jT_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{B(a_t,r)} \frac{T_1(z)B'_jT_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz = \frac{1}{2\pi i}$$

$$\begin{pmatrix} \int\limits_{B(a_t,r)} \frac{b^j_{11}}{z-a_j}dz & \int\limits_{B(a_t,r)} (b^j_{12} + \frac{b^j_{12}(a_j-a_1)}{z-a_j})dz & . & \int\limits_{B(a_t,r)} (b^j_{1n} + \frac{b^j_{1n}(a_j-a_1)}{z-a_j})dz \\ \int\limits_{B(a_t,r)} (\frac{b^j_{21}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)} - \frac{b^j_{21}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int\limits_{B(a_t,r)} \frac{b^j_{22}}{z-a_j}dz & . & \int\limits_{B(a_t,r)} \frac{b^j_{2n}}{z-a_j}dz \\ . & . & . & . \\ \int\limits_{B(a_t,r)} (\frac{b^j_{n1}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)} - \frac{b^j_{n1}}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)})dz & \int\limits_{B(a_t,r)} \frac{b^j_{n2}}{z-a_j}dz & . & \int\limits_{B(a_t,r)} \frac{b^j_{nn}}{z-a_j}dz \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}.$$

$$B_1' = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1 & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 \end{matrix} & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix}$$

ამ შემთხვევაში ჩვენთვის საჭირო მატრიცა არის $\dfrac{T_1(z)B_1'T_1^{-1}(z) + D}{z - a_1} = \dfrac{B_1''(z) + D}{z - a_1} =$

$$= \begin{pmatrix} \begin{matrix} \frac{\lambda_1+1}{z-a_1} & 1 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_1}{z-a_1} & \frac{1}{z-a_1} & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & \frac{\lambda_1}{z-a_1} & \frac{1}{z-a_1} \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & \frac{\lambda_1}{z-a_1} \end{matrix} & & 0 \\ & . & \\ 0 & & \begin{matrix} \frac{\lambda_n}{z-a_1} & \frac{1}{z-a_1} & 0 & . & 0 & 0. \\ 0 & \frac{\lambda_n}{z-a_1} & \frac{1}{z-a_1} & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & \frac{\lambda_n}{z-a_1} & \frac{1}{z-a_1} \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & \frac{\lambda_n}{z-a_1} \end{matrix} \end{pmatrix}.$$

გამოვთვალოთ მატრიცა $\dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int_{\{z:\,|z-a_1|=r\}} \dfrac{T_1(z)B_1'T_1^{-1}(z) + D}{z - a_1} dz = \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int_{\{z:\,|z-a_1|=r\}} \dfrac{B_1''(z) + D}{z - a_1} dz\,.$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-a_1|=r\}} \frac{B_1''(z)+D}{z-a_1}\,dz = \frac{1}{2\pi i}\int_{B(a_1,r)} \frac{B_1''(z)+D}{z-a_1}\,dz =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix} \begin{matrix} (\lambda_1+1)2\pi i & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 2\pi i & 2\pi i & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_1 2\pi i & 2\pi i \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 2\pi i \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n 2\pi i & 2\pi i & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n 2\pi i & 2\pi i & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n 2\pi i & 2\pi i \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n 2\pi i \end{matrix} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1+1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix}.$$

$$A_1 = \operatorname*{res}_{a_1} B(z) = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1+1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix} + \sum_{j\in\{2,\dots,m\}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & 0 \\ -\dfrac{b_{21}^{j}}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0 \\ . & . & \cdot & . \\ -\dfrac{b_{n1}^{j}}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A_j=\operatorname*{res}_{a_j}B(z)=\begin{pmatrix} b_{11}^j & b_{12}^j(a_j-a_1) & \cdot & b_{1n}^j(a_j-a_1)\\ \dfrac{b_{21}^j}{a_j-a_1} & b_{22}^j & \cdot & b_{2n}^j\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \dfrac{b_{n1}^j}{a_j-a_1} & b_{n2}^j & \cdot & b_{nn}^j \end{pmatrix};\ \text{ყოველი } j\in\{2,\ \dots,\ m\}.$$

ბ) ზოგადი შემთხვევა

$$D=\operatorname{diag}(\underbrace{1,1,\dots,1}_{q},0,\ 0,\ \dots,0)$$

$$A_1=\operatorname*{res}_{a_1}B(z)=\begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1+1 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & \cdot & \lambda_1+1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0\\ 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 & 1 & \cdot & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_1 & 1\\ \multicolumn{3}{c}{\underbrace{0\quad\cdot\quad 0}_{q}} & \multicolumn{5}{c}{\underbrace{0\quad 0\quad\cdot\quad 0\quad 0}_{p_1-q}} \end{matrix} & & 0\\ & \cdot & & \cdot\\ 0 & & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0\\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1\\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix}+$$

$$+\sum_{j\in\{2\ ,\ \dots\ ,\ m\}}\begin{pmatrix} 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0\\ -\dfrac{b_{(q+1)1}^j}{a_j-a_1} & \cdot & -\dfrac{b_{(q+1)q}^j}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ -\dfrac{b_{n1}^j}{a_j-a_1} & \cdot & -\dfrac{b_{nq}^j}{a_j-a_1} & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A_j=\operatorname*{res}_{a_j}B(z)=\begin{pmatrix} b_{11}^j & \cdot & b_{1q}^j & b_{1(q+1)}^j(a_j-a_1) & \cdot & b_{1n}^j(a_j-a_1)\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ b_{q1}^j & \cdot & b_{qq}^j & b_{q(q+1)}^j(a_j-a_1) & \cdot & b_{qn}^j(a_j-a_1)\\ \dfrac{b_{(q+1)1}^j}{a_j-a_1} & \cdot & \dfrac{b_{(q+1)q}^j}{a_j-a_1} & b_{(q+1)(q+1)}^j & \cdot & b_{(q+1)n}^j\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \dfrac{b_{n1}^j}{a_j-a_1} & \cdot & \dfrac{b_{nq}^j}{a_j-a_1} & b_{n(q+1)}^j & \cdot & b_{nn}^j \end{pmatrix};\ \text{ყოველი } j$$

$\in \{2\ ,\ \ \ldots\ ,\ \mathrm{m}\}$.

მეორე შემთხვევა

ა)

D = diag(-1, 0, … , 0)

$$\mathrm{T_1(z) = (z - a_1)^D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathrm{z - a_1}} & 0 & \cdot & 0 \\ & \cdot & & \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{T_1^{-1}(z)} = \begin{pmatrix} \mathrm{z - a_1} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{B_j'(z)} = \begin{pmatrix} \mathrm{b_{11}^j} & \mathrm{b_{12}^j} & . & \mathrm{b_{1n}^j} \\ \mathrm{b_{21}^j} & \mathrm{b_{22}^j} & \cdot & \mathrm{b_{2n}^j} \\ . & . & \cdot & . \\ \mathrm{b_{n1}^j} & \mathrm{b_{n2}^j} & \cdot & \mathrm{b_{nn}^j} \end{pmatrix}.$$

ოველი ფიქსირებული j თვის $\mathrm{j} \in \{2;\ \ldots\ ;\ \mathrm{m}\}$ განვიხილოთ მატრიც-ფუნქცია :

$$\frac{\mathrm{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}}{\mathrm{z - a_j}} = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{b_{11}^j}}{\mathrm{z - a_j}} & \frac{\mathrm{b_{12}^j}}{\mathrm{(z - a_1)(z - a_j)}} & \cdot & \frac{\mathrm{b_{1n}^j}}{\mathrm{(z - a_1)(z - a_j)}} \\ \frac{\mathrm{b_{21}^j(z - a_1)}}{\mathrm{z - a_j}} & \frac{\mathrm{b_{22}^j}}{\mathrm{z - a_j}} & \cdot & \frac{\mathrm{b_{2n}^j}}{\mathrm{z - a_j}} \\ . & . & . & . \\ \frac{\mathrm{b_{n1}^j(z - a_1)}}{\mathrm{z - a_j}} & \frac{\mathrm{b_{n2}^j}}{\mathrm{z - a_j}} & \cdot & \frac{\mathrm{b_{nn}^j}}{\mathrm{z - a_j}} \end{pmatrix}$$

მიღებული მატრიცის ელემენტები არიან რაციონალური ფუნქციები $\frac{\mathrm{z - a_1}}{\mathrm{z - a_j}}$ ან $\frac{1}{\mathrm{(z - a_1)(z - a_j)}}$.

$$\frac{\mathrm{z - a_1}}{\mathrm{z - a_j}} = \frac{\mathrm{z - a_j + a_j - a_1}}{\mathrm{z - a_j}} = 1 + \frac{\mathrm{a_j - a_1}}{\mathrm{z - a_j}} = 1 + \mathrm{(a_j - a_1)}\frac{1}{\mathrm{z - a_j}}.$$

$$\frac{1}{\mathrm{(z - a_1)(z - a_j)}} = \frac{\mathrm{(z - a_1) - (z - a_j)}}{\mathrm{(a_j - a_1)(z - a_1)(z - a_j)}} = \frac{1}{\mathrm{(a_j - a_1)}}\left(\frac{1}{\mathrm{z - a_j}} - \frac{1}{\mathrm{z - a_1}}\right) =$$

$$= \frac{1}{\mathrm{(a_j - a_1)(z - a_j)}} - \frac{1}{\mathrm{(a_j - a_1)(z - a_1)}}.$$

ამ გარდაქმნით მივიღებთ :

$$\frac{\mathrm{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}}{\mathrm{z - a_j}} =$$

$$=\begin{pmatrix} \frac{b_{11}^j}{z-a_j} & \frac{b_{12}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{12}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)} & \cdot & \frac{b_{1n}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_j)}-\frac{b_{1n}^j}{(a_j-a_1)}\frac{1}{(z-a_1)} \\ b_{21}^j+b_{21}^j(a_j-a_1)\frac{1}{z-a_j} & \frac{b_{22}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{2n}^j}{z-a_j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n1}^j+b_{n1}^j(a_j-a_1)\frac{1}{z-a_j} & \frac{b_{n2}^j}{z-a_j} & \cdot & \frac{b_{nn}^j}{z-a_j} \end{pmatrix}.$$

ჩვენ გვჭირდება გამოვთვალოთ მატრიცები $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_j|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$;

$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_1|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$ და $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_t|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz$ სადაც $a_1\neq a_j\neq a_t$ $j,t\in\{2,\dots,m\}$.

ყოველი ფიქსირებული x თვის შემოვიღოთ აღნიშვნა $\{z:\,|z-x|=r\}=B(x,r)$, იგივე მსჯელობებით მივიღებთ მივიღებთ :

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\{z:\,|z-a_j|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{B(a_j,r)}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix} b_{11}^j2\pi i & \frac{b_{12}^j}{a_j-a_1}2\pi i & \cdot & \frac{b_{1n}^j}{a_j-a_1}2\pi i \\ b_{21}^j(a_j-a_1)2\pi i & b_{22}^j2\pi i & \cdot & b_{2n}^j2\pi i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{1n}^j(a_j-a_1)2\pi i & b_{n2}^j2\pi i & \cdot & b_{nn}^j2\pi i \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} b_{11}^j & \frac{b_{12}^j}{a_j-a_1} & \cdot & \frac{b_{1n}^j}{a_j-a_1} \\ b_{21}^j(a_j-a_1) & b_{22}^j & \cdot & b_{2n}^j \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n1}^j(a_j-a_1) & b_{n2}^j & \cdot & b_{nn}^j \end{pmatrix}.$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-a_1|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=\frac{1}{2\pi i}\int_{B(a_1,r)}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix}0 & -\frac{b_{12}^j}{a_j-a_1}2\pi i & . & -\frac{b_{1n}^j}{a_j-a_1}2\pi i\\ 0 & 0 & . & 0\\ . & . & . & .\\ 0 & 0 & . & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -\frac{b_{12}^j}{a_j-a_1} & . & -\frac{b_{1n}^j}{a_j-a_1}\\ 0 & 0 & . & 0\\ . & . & . & .\\ 0 & 0 & . & 0\end{pmatrix}.$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-a_t|=r\}}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=\frac{1}{2\pi i}\int_{B(a_t,r)}\frac{T_1(z)B_j'T_1^{-1}(z)}{z-a_j}dz=\frac{1}{2\pi i}\begin{pmatrix}0&0&\cdot&0\\0&0&\cdot&0\\.&.&\cdot&.\\0&0&\cdot&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&\cdot&0\\0&0&\cdot&0\\.&.&\cdot&.\\0&0&\cdot&0\end{pmatrix}.$$

$$B_1'=\begin{pmatrix}\begin{matrix}\lambda_1&1&0&\cdot&0&0\\0&\lambda_1&1&\cdot&0&0\\.&.&.&\cdot&.&.\\0&0&0&\cdot&\lambda_1&1\\0&0&0&\cdot&0&\lambda_1\end{matrix} & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix}\lambda_n&1&0&\cdot&0&0\\0&\lambda_n&1&\cdot&0&0\\.&.&.&\cdot&.&.\\0&0&0&\cdot&\lambda_n&1\\0&0&0&\cdot&0&\lambda_n\end{matrix}\end{pmatrix}-$$ ამ შემთხვევაში, წინა შემთხვევისაგან განსხვავებით, პირდაპირ გარდაქმნის ჩატარება გამოიწვევს მხოლოდ a_1 განსაკუთრებულ წერტილი პოლუსის რიგი შეცვლას. B_1' მატრიცა არის ჟორდანის კანონიკური სახის მატრიცა, ეს ფაქტრი იძლევა საშუალებას, რომ თავიდან ავირიდოთ a_1 წერტილში პოლუსის რიგის შეცვლა, გარდაქმნას ჩავატარებთ მატრიცით :

$$H=diag\big(X(p_1),\,I(n-p_1)\big)=\begin{pmatrix}\begin{matrix}0&0&\cdot&0&1\\0&0&\cdot&1&0\\.&.&\cdot&.&.\\0&1&\cdot&0&0\\1&0&\cdot&0&0\end{matrix} & 0\\ 0 & \begin{matrix}1&0&\cdot&0&0\\0&1&\cdot&0&0\\.&.&\cdot&.&.\\0&0&\cdot&1&0\\0&0&\cdot&0&1\end{matrix}\end{pmatrix}$$

სადაც $X(n)=\begin{pmatrix}0&0&\cdot&0&1\\0&0&\cdot&1&0\\.&.&\cdot&.&.\\0&1&\cdot&0&0\\1&0&\cdot&0&0\end{pmatrix}$ n განზომილებიანი მატრიცაა და $I(n)=\begin{pmatrix}1&0&\cdot&0&0\\0&1&\cdot&0&0\\.&.&\cdot&.&.\\0&0&\cdot&1&0\\0&0&\cdot&0&1\end{pmatrix}$

n განზომილებიანი იგივური მატრიცაა. ამ H მატრიცით გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ :

$$\widetilde{B}_1'=HB_1'H^{-1}=\begin{pmatrix}\begin{matrix}\lambda_1&0&\cdot&0&0&0\\1&\lambda_1&\cdot&0&0&0\\.&.&\cdot&.&.&.\\0&0&\cdot&1&\lambda_1&0\\0&0&\cdot&.&1&\lambda_1\end{matrix}&0\\ & \ddots \\0&\begin{matrix}\lambda_n&1&0&\cdot&0&0\\0&\lambda_n&1&\cdot&0&0\\.&.&.&\cdot&.&.\\0&0&0&\cdot&\lambda_n&1\\0&0&0&\cdot&0&\lambda_n\end{matrix}\end{pmatrix}$$

– ამის შემდეგ, მიღებული მატრიცისათვის $\widetilde{B}_1'$ იგივენაირად ჩავატარებთ მსჯელობას.

განსახილველი მატრიცა არის $\dfrac{T_1(z)\widetilde{B}_1'T_1^{-1}(z)+D}{z-a_1}=\dfrac{\widetilde{B}_1''(z)+D}{z-a_1}=$

$$=\begin{pmatrix}\begin{matrix}\frac{\lambda_1-1}{z-a_1}&0&.&0&0&0\\1&\frac{\lambda_1}{z-a_1}&.&0&0&0\\.&.&.&.&.&.\\0&0&.&\frac{1}{z-a_1}&\frac{\lambda_1}{z-a_1}&0\\0&0&.&0&\frac{1}{z-a_1}&\frac{\lambda_1}{z-a_1}\end{matrix}&0\\ & \ddots \\0&\begin{matrix}\frac{\lambda_n}{z-a_1}&\frac{1}{z-a_1}&0&.&0&0.\\0&\frac{\lambda_n}{z-a_1}&\frac{1}{z-a_1}&.&0&0\\.&.&.&.&.&.\\0&0&0&.&\frac{\lambda_n}{z-a_1}&\frac{1}{z-a_1}\\0&0&0&.&0&\frac{\lambda_n}{z-a_1}\end{matrix}\end{pmatrix}.$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\{z:\,|z-\mathrm{a}_1|=r\}} \frac{\widetilde{\mathrm{B}}_1''(\mathrm{z})+\mathrm{D}}{\mathrm{z}-\mathrm{a}_1}\,\mathrm{dz} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{B}(\mathrm{a}_1,\mathrm{r})} \frac{\widetilde{\mathrm{B}}_1''(\mathrm{z})+\mathrm{D}}{\mathrm{z}-\mathrm{a}_1}\,\mathrm{dz} = \frac{1}{2\pi i}$$

$$\begin{pmatrix} \begin{matrix} (\lambda_1-1)2\pi i & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 2\pi i & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ . & . & \cdot & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 2\pi i & \lambda_1 2\pi i & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 2\pi i & \lambda_1 2\pi i \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n 2\pi i & 2\pi i & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n 2\pi i & 2\pi i & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n 2\pi i & 2\pi i \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n 2\pi i \end{matrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1-1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ . & . & \cdot & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 1 & \lambda_1 \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix}.$$

$$\mathrm{A}_1 = \operatorname*{res}_{\mathrm{a}_1} \mathrm{B}(\mathrm{z}) = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \lambda_1-1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ . & . & \cdot & . & . & . \\ 0 & 0 & \cdot & 1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 1 & \lambda_1 \end{matrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ . & . & . & \cdot & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \end{pmatrix} +$$

$$+\sum_{j\in\{2,\dots,m\}}\begin{pmatrix} 0 & -\frac{b_{12}^{j}}{a_j-a_1} & \cdot & -\frac{b_{1n}^{j}}{a_j-a_1} \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_j=\operatorname*{res}_{a_j} B(z)=\begin{pmatrix} b_{11}^{j} & \frac{b_{12}^{j}}{a_j-a_1} & \cdot & \frac{b_{1n}^{j}}{a_j-a_1} \\ b_{21}^{j}(a_j-a_1) & b_{22}^{j} & \cdot & b_{2n}^{j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n1}^{j}(a_j-a_1) & b_{n2}^{j} & \cdot & b_{nn}^{j} \end{pmatrix};\ \text{ყოველი } j\in\{2,\ \dots,\ m\}.$$

ბ) ზოგადი შემთხვევა

$$D=\operatorname{diag}(\underbrace{-1,-1,\dots,\ -1}_{q},0,\ 0,\ \dots,0)$$

$$A_1=\operatorname*{res}_{a_1} B(z)=\left(\begin{array}{ccc|cccc|c} \lambda_1-1 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0\ \ 0 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \ \cdot & \\ 0 & \cdot & \lambda_1-1 & 0 & 0 & \cdot & 0\ \ 0 & \\ 0 & \cdot & 0 & \lambda_1 & 0 & \cdot & 0\ \ 0 & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 1 & \lambda_1 & \cdot & 0\ \ 0 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \ \cdot & \\ \multicolumn{3}{c|}{\underbrace{0\ \ \cdot\ \ 0}_{q}} & \multicolumn{4}{c|}{\underbrace{0\ \ 0\ \ \cdot\ \ 1\ \ \lambda_1}_{p_1-q}} & \\ & & & \cdot & & & & \cdot \\ & & & & & & & \begin{matrix} \lambda_n & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_n & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \lambda_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{matrix} \\ & & & 0 & & & & \end{array}\right)+$$

$$+\sum_{j\in\{2\,,\,\ldots\,,\,m\}}\begin{pmatrix} 0 & . & 0 & -\frac{b^j_{1(q+1)}}{a_j-a_1} & . & -\frac{b^j_{1n}}{a_j-a_1} \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & -\frac{b^j_{q(q+1)}}{a_j-a_1} & . & -\frac{b^j_{qn}}{a_j-a_1} \\ 0 & . & 0 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & 0 & . & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A_j = \operatorname*{res}_{a_j} B(z) = \begin{pmatrix} b^j_{11} & . & b^j_{1q} & \frac{b^j_{1(q+1)}}{a_j-a_1} & . & \frac{b^j_{1n}}{a_j-a_1} \\ . & . & . & . & . & . \\ b^j_{q1} & . & b^j_{qq} & \frac{b^j_{q(q+1)}}{a_j-a_1} & . & \frac{b^j_{qn}}{a_j-a_1} \\ b^j_{(q+1)1}(a_j-a_1) & . & b^j_{(q+1)q}(a_j-a_1) & b^j_{(q+1)(q+1)} & . & b^j_{(q+1)n} \\ . & . & . & . & . & . \\ b^j_{n1}(a_j-a_1) & . & b^j_{nq}(a_j-a_1) & b^j_{n(q+1)} & . & b^j_{nn} \end{pmatrix};\ \text{ყოველი } j$$

$\in \{2\,,\ \ldots\,,\ m\}$.

გამოყენებული ლიტერატურა :

1. А. А. Рябов - Типы расщеплений векторных расслоений, построенных по монодромии заданной фуксовой системы , 2004.
2. А.Болибрух, Фуксовые дифференциальные уравнения и голоморфные расслоения. МЦНМО, 2000.