არაწრფივი ოპტიმალური ამოცანის ფუნქციონალის მინიმუმის უწყვეტობა და მისი გამოყენებები

თამაზ თადუმაძე

ელ-ფოსტა: tamaz.tadumadze@tsu.ge
მათემატიკის დეპარტამენტი, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, უნივერსიტეტის ქ. 13, 0186 თბილისი

განვიხილოთ ოპტიმალური ამოცანა

$$\dot{x} = f(t,x,u(t)),\ x \in R^n,\ t \in I = [t_0,t_1],\ u(\cdot) \in \Omega,\ x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

$$J(u(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_1} f^0(t,x(t),u(t))dt \to \min, \tag{2}$$

სადაც $x(t) = x(t;u(\cdot))$ არის (1) ამოცანის ამონახსნი , ხოლო Ω არის ზომად $u(t)$ მართვების სიმრავლე მნიშნელობებით $U \subset R^r$ კომპაქტში.

თეორემა 1 ([1]). *(1)-(2) ამოცანისთვის არსებობს ოპტიმალური მართვა $u_0(\cdot) \in \Omega$, თუ შესრულებულია პირობები: 1) ყოველი $u(\cdot) \in \Omega$ მართვისთვის ამონახსნი $x(t;u(\cdot))$ განსაზღვრულია I -ზე და სიმრავლე $\{x(t;u(\cdot)) : u(\cdot) \in \Omega\}$ შემოსაზღვრულია; 2) ყოველი $(t,x) \in I \times R^n$ სიმრავლე $P_F(t,x) = \{(q^0,q) : \exists u \in U, q^0 \geq f^0(t,x,u), q = f(t,x,u)\}$, სადაც $F = (f^0,f)$, ამოზნექილია.*

თეორემა 2. *ვთქვათ შესრულებულია თეორამა 1-ის პირობები, მაშინ ყოველი $\varepsilon > 0$ $\exists$ რიცხვი $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ ისეთი რომ $\forall G_\varepsilon = (g_\varepsilon^0, g_\varepsilon)$ რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს: P_{F+G_ε} სიმრავლე ამოზნექილია და $\sup\{|G_\varepsilon(t,x,u)| : (t,x,u) \in I \times R^n \times U\} < \delta$, შეშფოთებული ოპტიმალურ ამოცანისთვის $\dot{x} = f(t,x,u(t)) + g_\varepsilon(t,x,u(t)),\ x(t_0) = x_0, J(u(\cdot),\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_1} \left[f^0(t,x(t),u(t)) + g_\varepsilon^0(t,x(t),u(t))\right]dt$ $\to \min$ არსებობს ოპტიმალური მართვა $u_\varepsilon(\cdot) \in \Omega$. გარდა ამისა, $|J(u_\varepsilon(\cdot),\varepsilon) - J(u_0(\cdot))| < \varepsilon$.*

თეორემა 2-ის საფუძველზე $u_\varepsilon(t)$ შეიძლება მიღებული იქნეს (1)-(2) ამოცანისთვის მიახლოებით ოპტიმალურ მართვად. საილუსტრაციოდ განხილულია არაგლუვი და სინგულარული ოპტიმალური ამოცანები. თეორემა დამტკიცებულია [2, 3]-ში მოცემლი სქემით. ფუნქციონალის მინიმუმის უწყვეტობა ოპტიმიზაციის ამოცანებისთვის, რომლებიც აღიწერებიან ჩვეულებრივი და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებით გამოკვლეულია [2, 3]-ში.

ლიტერატურა

[1] C. Olech, Existence theorems for optimal problems with vector-valued cost function. *Trans-Amer. Math. Soc.* **136** (1969), 159-180.

[2] T. Tadumadze , Some problems in the qualitative theory of optimal control.(Russian) *Tbilis. Gos. Univ.* , Tbilisi, 1983.

[3] T. Tadumadze , Continuity of the minimum of an integral functional in a nonlinear optimum control problem. *Differ. Equ*. **20** (6)(1984), 716-720 .